确定多面体外接球球心位置的两种基本方法

■广东省广州市花都区实验中学　彭建开

多面体外接球问题，是全国卷考试命题的热点，纵观 2010 年到 2017 年这八年的全国卷试题都有考外接球（除 2014 年只有大纲文科卷考），因此掌握好这类问题的解法，也是高三复习备考中的基本要求.解决这类问题，关键是找到球心，而球是均匀的物体，所以几何体的中心就是球心，从这个角度来说，我们确定球心就是要找到几何体的中心. 对于规则的几何体来说，可能找到球心并不难，但对于一些不规则的几何体，找到球心就不是那么容易了. 本文介绍两种常见的找外接球的球心的方法.

方法一：补形确定球心

在多面体外接球问题中，直棱柱和长方体（包括正方体）的外接球球心不难找到. 如：设三棱柱的侧棱垂直于底面，所有棱的长都为 a，顶点都在一个球面上，和的则该球的表面积为（　）

A. πa^2　　B. $\frac{7}{3}\pi a^2$　　C. $\frac{11}{3}\pi a^2$　　D. $5\pi a^2$

因为是一个直棱柱，上下底面中心连线段中点就是球心，凡是直棱柱的球心都是如此.很多题目都是以这两个题目作为母题，进行变式.

1. 将棱锥补成直棱柱

例 1.（广州执信中学 2017- 2018 学年高三期中理 11）三棱锥 $A-BCD$ 中，底面$\triangle BCD$ 是边长为 3 的等边三角形，侧面三角$\triangle ACD$ 为等腰三角形，且腰长为$\sqrt{13}$，若 $AB=2$，则三棱锥 $A-BCD$ 外接球表面积是（　）

A. 4π　　B. 8π　　C. 12π　　D. 16π

解析：

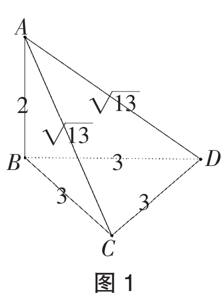

图 1

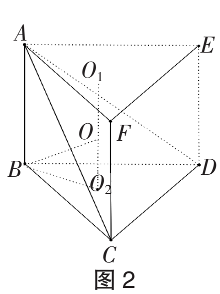

图 2

如图 1，可知 $AB\perp$平面 BCD，所以只需要把三棱锥补成一个直棱柱，当直棱柱与三棱柱的外接球是同一个球，所以只要求出这个直棱柱的外接球的半径就可以了. 而这个球心就在上下底面中心的连线段的中点处，$BO_2=\frac{2}{3}BC=\sqrt{3}$，$OO_2=1$，$\therefore BO_1=R=2$，外接球表面积 $S=4\pi R^2=16\pi$，选 D.

例 2.（华中师大附中 2017-2018 高三期中考试文 9）如下图所示是一个几何体的三视图，则这个几何体外接球的表面积为（　）

A. 8π　　B. 16π　　C. 32π　　D. 64π

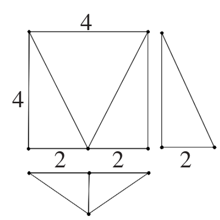

图 3

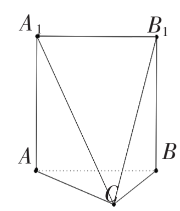

图 4

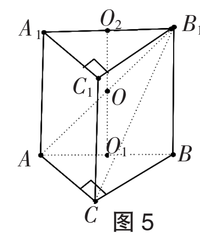

图 5

解析：把三视图还原成直观图后，如图四，底面是个直角三角形，$\angle C=90°$，$AA_1/\!/BB_1$，$AA_1\perp$面 ABC，所以要找外接球的球心，只要把这个几何体补成一个直三棱柱，就知道球心 O 在上下两个底面的外接圆圆心 O_1，O_2 连线段的中点上，外接球半径 $R=OA=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，$S=4\pi R^2=4\pi(2\sqrt{2})^2=32\pi$，选 C.

小结：多面体外接球问题，若可以补形为直棱柱，则补形为直棱柱比较简单.

变式练习：

1.（执信 2017- 2018 学年高三期中文）三棱锥 $S-ABC$ 及其三视图中的正视图和侧视图如图所示，则该三棱锥的外接球的表面积为（　）

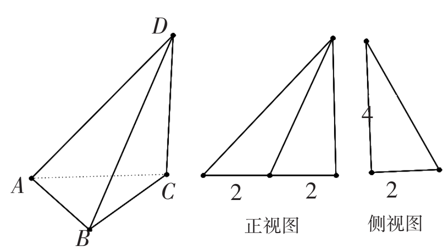

图 6

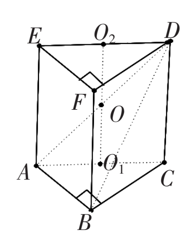

图 7

A. 32π　　B. $\frac{112\pi}{3}$　　C. $\frac{28\pi}{3}$　　D. $\frac{64\pi}{3}$

2.（2016 广州一测 10）一个六棱柱的底面是正六边形，